



СТАРТ-ЛИГА

Командная олимпиада. 18 сентября 2012 г.

1. Все выпускники математической школы сдавали ЕГЭ по математике и физкультуре. Результат каждого ученика по математике оказался равен сумме результатов остальных учеников по физкультуре. Сколько выпускников в школе, если всего по математике учениками в сумме было набрано в 50 раз больше баллов, чем по физкультуре?
2. Найдите множество значений, которые может принимать третий по величине угол в выпуклом пятиугольнике.
3. В ряд выписаны 15 различных чисел. Верно ли, что можно зачеркнуть 10 из них, чтобы оставшиеся располагались либо в порядке возрастания, либо в порядке убывания?
4. Решите в простых числах уравнение $2p^2 + 1 = q^5$.
5. В школе учатся 100 учеников. Каждый день двое из них дежурят. Требуется составить график дежурств на некоторый период времени так, чтобы для каждой двух учеников нашёлся день, когда один из них дежурит, а другой нет. Какое наименьшее количество дней может охватывать такой график?
6. Точка M – середина гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC , в котором угол A равен 15° . На катете AC отмечена точка K такая, что $KM = BC$ и угол AMK – тупой. Найдите углы треугольника KBC .
7. Действительные числа a, b, c, d таковы, что сумма их квадратов равна 1. Докажите неравенство $a(b + c + d) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$.