



## СТАРТ-ЛИГА

### II ТУР. 19 сентября 2013 г.

1. Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение  $xyz + 2x + 3y + 6z = xy + 2xz + 3yz$ ?
2. Положительное число  $a$  округлили до ближайшего целого. В результате оно уменьшилось на 33%. Найдите  $a$ .
3. Квадрат со стороной 1 раскрашен в два цвета. При каком наибольшем  $x$  гарантированно найдутся две одноцветные точки на расстоянии, не меньшем  $x$ ?
4. В выпуклом шестиугольнике с углами по  $120^\circ$  длины четырёх подряд идущих сторон равны  $a, a+3, a+2, a+1$  см. Докажите, что у шестиугольника есть ось симметрии.
5. Есть два простых числа-близнеца, больших пяти. Докажите, что у их суммы есть не менее пяти собственных делителей. (Близнецы отличаются на 2. Собственные делители отличны от числа и от 1).
6. На краю пустыни высадили грузовик и 600 л солярки. В 240 км от этой точки есть оазис. Грузовик может везти (в баках и емкостях) не более 240 л солярки, расходуя при этом по литру на километр пути. Можно ездить туда и обратно, выгружая и подбирая солярку по мере необходимости. Может ли грузовик доставить в оазис больше 100 л солярки?
7. В алфавите племени Пицы-ту 26 букв. Словом считается любая последовательность из шести букв. Первый и Второй по очереди говорят друг другу слова. Каждое слово должно отличаться от любого произнесённого ранее не менее чем в двух местах (скажем, слова ЧЁРНЫЙ и ЖЁЛТЫЙ отличаются в трёх местах, а ВЕКТОР и СЕКТОР – только в одном). За кем может остаться последнее слово, независимо от того, что говорит собеседник?
8. Жильцы дома по очереди выводили своих псов во двор погулять. Два пса, встретившись, дрались, проигравший покидал двор до завтра, а победитель дожидался следующего пса. На следующий день тех же псов выводили гулять в обратном порядке (вчерашний последний стал первым, предпоследний – вторым, и так далее). Драки и прогулка шли по тем же «правилам». Известно, что каждый пес подрался хотя бы раз каждый день. Докажите, что найдутся два пса, которые дрались между собой и в первый день, и во второй.