



СТАРТ-ЛИГА

III ТУР. 21 сентября 2013 г.

1. Сколько различных слагаемых останется, если раскрыть скобки и привести подобные в следующем выражении $(1+x^2+x^4+\dots+x^{200})^3+(1+x^3+x^6+\dots+x^{300})^2$?
2. 189 котов живут у 12 разных хозяек. Каждый кот по разу вступал в поединки со всеми котами, живущими у чужих хозяек. Каково наименьшее возможное число поединков?
3. Три вора – Камнев, Ножницын и Бумагин, каждый с несколькими баулами, хотят переправиться через реку. Известно, что Камнев обворует любой баул Ножницына, если баул останется без присмотра кого-нибудь из остальных. Так же Ножницын обворует баул Бумагина, а Бумагин – баул Камнева. Есть трехместная лодка, место занимает человек или баул. Грести может только Камнев. Как им всем переправиться и перевезти баулы, чтобы никто никого не обворовал? (На пустынном берегу баулы в безопасности)
4. Разрежьте равнобедренный прямоугольный треугольник на четыре треугольника так, чтобы три из них были равны между собой, и любым из этих трёх можно было накрыть не равный им четвёртый.
5. Какое наименьшее число ладей можно расставить на клетчатой доске 100×100 так, чтобы каждое свободное поле было побито ровно тремя ладьями? (Ладья бьет поля по горизонтали и вертикали, если между ней и полем нет других ладей)
6. Можно ли расставить на ребрах куба 12 последовательных натуральных чисел так, чтобы суммы на тройках рёбер с общей вершиной были одинаковыми?
7. В остроугольном треугольнике ABC сторона AB – наименьшая, M и N – точки пересечения медиан и высот соответственно. Докажите, что N лежит внутри треугольника AMB .
8. Восемь шахматистов сыграли турнир в один круг. Давали 1 очко за победу, 0,5 очка за ничью, 0 за поражение. После этого они же разыграли кубок по олимпийской системе: разбились на пары, проигравшие выбыли, выигравшие снова разбились на пары, и т.д. Все кубковые встречи закончились так же, как встречи тех же игроков в турнире, ничьих не было. Могло ли случиться, что кубок выиграл шахматист, набравший в турнире меньше всех очков?