



СТАРТ-ЛИГА

IV ТУР. Полуфинал. 22 сентября 2013 г.

1. Двое играющих по очереди пишут каждый на своем листке натуральные числа (возможно, повторяющиеся) так, чтобы сумма всех чисел на обоих листках не превосходила 10000. Игра заканчивается, когда сумма станет равной 10000. После этого каждый подсчитывает сумму всех **цифр** на своем листке. Выигрывает тот, у кого сумма меньше. Может ли кто-нибудь из игроков выигрывать, как бы не играл противник?
2. В магазине есть плитки шоколада нескольких названий, каждое название – своего веса (не менее 100г). Известно, что сколько бы грамм шоколада не попросил покупатель (но не менее 100г), можно выдать ему плитками вес, отличающийся от запрошенного (в ту или другую сторону) не более чем на 20%. Какое наименьшее число названий шоколада может быть в магазине?
3. Число представлено как сумма 99 различных простых чисел. Докажите, что его можно представить как сумму 100 различных составных чисел.
4. Из бумаги 4 цветов вырезаны несколько правильных треугольников разных размеров (каждый треугольник – одного цвета). Они положены на плоскость так, чтобы их стороны были параллельны. Известно, что любые два треугольника разного цвета имеют общую точку (то есть, перекрываются или соприкасаются). Докажите, что для какого-то цвета любые два треугольника имеют общую точку.
5. На шахматной доске 5×5 в начале игры находился белый король в углу и 10 черных ладей. Ходили строго по очереди: сначала король, затем одна из ладей, опять король, одна из ладей, король и т.д. Король, ни разу не попав под шах, перешел в противоположный угол. Какое наименьшее число ходов он мог сделать? (Король мог есть ладей)
6. В четырехугольнике с перпендикулярными диагоналями отмечены две стороны. Оказалось, что каждая из них равна полусумме двух соседних. Докажите, что это – ромб.
7. Петя пишет число m , а затем Вася, видя m , пишет два положительных числа a и b . Если выполнены оба неравенства $a^2 + 4/b^2 < m$ и $b^2 + 4/a^2 < m$, выиграл Вася, иначе – Петя. При каком наибольшем m Петя всегда выигрывает?
8. В дачном поселке из животных есть только псы и коты. У кота в среднем втрое больше знакомых среди котов, чем среди псов. У пса в среднем впятеро больше знакомых среди псов, чем среди котов. У пса среднее число знакомых животных вдвое больше, чем у кота. Кого в поселке больше: котов или псов, и во сколько раз?



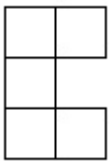
СТАРТ-ЛИГА

IV ТУР. Матбои за 5-10 места. 22 сентября 2013 г.

1. На левых 213 клетках клетчатой полоски 1×2013 стоит по фишке. За один ход фишка смещается вправо на пустую клетку, перепрыгнув не более чем через одну фишку. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. Тот, кто не сможет ходить – проиграл. Кто из них может выигрывать, как бы не играл соперник.

2. В магазине есть плитки шоколада нескольких названий, каждое название – своего веса (не менее 100г). Известно, что сколько бы грамм шоколада не попросил покупатель (но не менее 100г), можно выдать ему плитками вес, отличающийся от запрошенного (в ту или другую сторону) не более чем на 20%. Какое наименьшее число названий шоколада может быть в магазине?

3. В равенстве $p = ab + cd$ число p – простое, а числа a, b, c, d – различные составные. Найдите наименьшее значение p .



4. Нарисуйте клетчатую фигуру, которую можно разрезать как на 8 равных пятиклеточных фигур в виде буквы «С» (см. рис.), так и на 10 равных четырехклеточных фигур.

5. На шахматной доске 5×5 в начале игры находился белый король в углу и 10 черных ладей. Ходили строго по очереди: сначала король, затем одна из ладей, опять король, одна из ладей, король и т.д. Король, ни разу не попав под шах, перешел в противоположный угол. Мог ли он сделать не более 20 ходов? (Король мог есть ладей)

6. Даны три числа. Если их все увеличить на 1, то их произведение тоже увеличится на 1. Если все исходные числа увеличить на 2, то их произведение тоже увеличится на 2. А на сколько увеличится произведение, если все исходные числа увеличить на 3?

7. В треугольнике ABC проведена биссектриса BL . На сторонах AB и BC выбраны такие точки D и E соответственно, что биссектрисы углов ADL и CEL параллельны BL . Докажите, что прямая DE перпендикулярна BL .

8. В дачном поселке из животных есть только псы и коты. У кота в среднем втрое больше знакомых среди котов, чем среди псов. У пса в среднем впятеро больше знакомых среди псов, чем среди котов. У пса среднее число знакомых животных вдвое больше, чем у кота. Кого в поселке больше: котов или псов, и во сколько раз?