



СТАРТ-ЛИГА

I ТУР. 18 сентября 2013 г.

1. Число представлено как сумма 1000 различных нечётных положительных слагаемых. Докажите, что его можно представить как сумму 333 различных чётных положительных слагаемых.
2. На границе квадрата отметили три точки, соединили их отрезками, и по ним разрезали. В результате квадрат распался на 4 треугольника. Какое наибольшее число из этих треугольников могут оказаться равными?
3. 24 точки на окружности занумерованы (возможно, в беспорядке) нечетными числами 3, 5, 7, ..., 49. Если один номер делится на другой, точки соединяются хордой. Докажите, что найдутся хорды, пересекающиеся внутри круга.
4. На равных сторонах AB и BC треугольника ABC взяли соответственно точки M и N такие, что $AC = CM$ и $MN = NB$. Высота треугольника, проведенная из вершины B , пересекает отрезок CM в точке H . Докажите, что NH — биссектриса угла MNC .
5. «В этой фразе доля цифр X составляет .../..., доля цифр Y — .../..., доля цифр Z — .../..., а на долю остальных использованных цифр остается .../... .». Можно ли вставить разные цифры вместо X , Y и Z и числа (не обязательно разные) вместо многоточий так, чтобы утверждение было верным?
6. На прямую между псом в будке и котом положили кило сосисек, и животные одновременно бросились к ним. Кот бежит вдвое быстрее пса, а ест вдвое медленнее. Добежав до сосисок, оба ели без драки, и съели поровну. Известно, что кот мог бы за одно то же время съесть все сосиски или добежать от места старта до будки пса. К кому ближе положили сосиски, и во сколько раз?
7. Перед Аней, Борей и Васей лежит по кучке орехов, всего 101 орех. Сначала Аня положила все свои орехи в кучки остальным, одному вдвое больше, чем другому. Потом Боря сделал то же, положив одному втрое больше, чем другому. Наконец то же сделал Вася, положив одному вчетверо больше, чем другому. В результате у Ани стало столько же орехов, сколько было вначале. Сколько орехов раздал Вася?
8. На некоторых клетках шахматной доски лежат бобы, не более двух на клетке, причём на каждой горизонтали и на каждой вертикали число бобов одно и то же (больше одного). Гордей и Вера ходят по очереди, начинает Вера. За ход можно снять с доски один боб. Если образуется пустая вертикаль, выигрывает Вера, если горизонталь — Гордей, а если горизонталь и вертикаль одновременно, то — тот, кто сделал последний ход. Докажите, что Гордей всегда может выиграть.