

### Командная олимпиада, Старт-лига

1. Даны два треугольника. Для каждой пары углов первого треугольника вычислили их разность. Эти три разности оказались равными трем разным углам второго треугольника. Докажите, что второй треугольник – прямоугольный.
2. По краю круглого циферблата, начиная с отметки «12», поползли мураш и два жучка, причем жучки – по часовой стрелке, а мураш – против часовой. Они ползут с постоянными скоростями без остановок. С первым жучком мураш впервые встретился на отметке «4», а со вторым – на отметке «2». На каких отметках часов насекомые могут встречаться втроем одновременно?
3. На плоскости отмечены несколько точек, никакие три из них не лежат на одной прямой. Каждая из этих точек окрашена в один из трёх цветов, причём есть точка каждого цвета. Докажите, что найдется треугольник с вершинами трёх разных цветов, внутри которого нет отмеченных точек.
4. Тридцать школьников занумерованы числами от 1 до 30. Каждый из них сказал: "Каждый, чей номер взаимно прост с моим, иногда лжёт". Какое наибольшее количество школьников, всегда говорящих правду, может быть среди этих тридцати?
5. Докажите, что для любого натурального  $n$  найдется не менее  $n$  прямоугольных треугольников со стороной  $2^{n+1}$  и двумя другими целыми сторонами.
6. Клетчатый квадрат  $20 \times 20$  надо разрезать на две равные части по ломаной, составленной из диагоналей 20 клеток. Сколькими способами можно это сделать? (способы, отличающиеся поворотом или отражением, считаются различными)
7. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AB$  проведена биссектриса  $AL$ . На отрезке  $AB$  отмечена такая точка  $E$ , что  $AE = BL$ . Из вершины  $B$  треугольника  $ABL$  проведена высота; её продолжение пересекает  $AC$  в точке  $F$ . Докажите, что точка пересечения  $AL$  и  $EF$  лежит на высоте треугольника  $ABC$ .
8. На всех клетках шахматной доски лежит по алмазу. Известно, что в каждой паре клеток с общей стороной веса двух алмазов различны. Докажите, что алмазы можно выложить на доску так, чтобы в каждой паре клеток, связанных ходом коня, веса двух алмазов были различны.