

XVII Всероссийская смена «Юный математик»
Задания конкурсного отбора
8 класс

15.05.2021

1. Есть 8 карточек с цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 соответственно. Карточки, на которых написано нечетное число окрашиваются в красный цвет, а остальные – в зеленый. Сколько существует способов расположить 8 карточек в ряд так, чтобы числа на красных карточках были расположены в возрастающем порядке.
2. Пусть $ABCDE$ – выпуклый пятиугольник с пятью равными сторонами и прямыми углами при вершинах C и D . Пусть P – точка пересечения диагоналей AC и BD . Докажите, что $PA = PD$.
3. Для целых чисел $a, b > 1$ верно равенство $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}} = b$. Найдите такую пару a, b , что сумма $a + b$ минимальна.
4. Докажите, что для $a, b, c > 0$ справедливо неравенство:
$$\frac{a}{c} + \frac{c}{b} \geq \frac{4a}{a+b}.$$
5. Докажите, что при всех простых p число $(p^2 - 1)!$ не кратно $(p!)^p$.
6. $ABCD$ – трапеция с основаниями AB и CD . Серединные перпендикуляры к AD и BC пересекают отрезки BC и AD в точках P и Q соответственно. Докажите, что $\angle APD = \angle BQC$.
7. Найдите все пары целых чисел (x, y) , для которых $x^5 + 2 = 3 \cdot 101^y$.
8. На окружности расставлено n чисел ($n \geq 3$), каждое из которых не превосходит 1 так, что любое число представляет собой модуль разности двух предшествующих ему (по часовой стрелке) чисел. Найдите максимальное возможное значение суммы всех чисел на окружности.