



XX ВСЕРОССИЙСКАЯ СМЕНА
«Юный математик»
Задания конкурсного отбора
18 мая 2024

6-7 класс

1. Даны натуральные числа $1, 2, \dots, 2024$. Из этих чисел выбрали несколько так, что для любых двух выбранных чисел m, n , где $m < n$, выполняется неравенство

$$n - m \neq \text{НОД}(m, n).$$

Какое максимальное количество чисел может быть выбрано?

2. Полина хочет раскрасить все клетки доски 1×6 в красный, зелёный, синий и черный цвета, так чтобы выполнялись три условия:

- есть ровно 1 красная клетка;
- есть ровно 2 зелёные клетки;
- нужно использовать все четыре цвета.

Сколькими способами Полина может раскрасить доску?

3. Три ненулевых, необязательно целых числа x, y, z выбраны так, что $x + y + z = 0$. Причём суммы

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} \quad \text{и} \quad \frac{x}{z} + \frac{z}{y} + \frac{y}{x} + 1$$

равны одному и тому же числу S . Найдите все возможные значения S .

4. Петя и Вася по очереди выписывают на доску ранее не выписанные натуральные числа от 1 до 2022. Начинает Петя. Игрок проигрывает, если после его хода произведение чисел на доске кратно 2024. Кто из игроков имеет выигрышную стратегию?

5. Точка D выбрана внутри угла BAC , причём оказалось, что $\angle BAD = \angle DAC = 60^\circ$ и $AD - AC = AB$. Докажите, что треугольник BDC равносторонний.

6. Можно ли записать в клетки квадрата 4×4 различные натуральные числа от 1 до 16, каждое по одному разу, так, чтобы суммы чисел в парах клеток, симметричных относительно любой из двух средних линий квадрата были простыми числами? Средняя линия квадрата – это отрезок, соединяющий середины противоположных сторон квадрата.