

Математическая игра «Спектр». 7–8 классы.



Задача 1. Имеется тридцать три натуральных числа, среди которых гарантированно есть числа 3, 4 и 5. Про эти числа известно, что если вычислить среднее арифметическое любых 27 чисел, то получится значение меньше 2. Какое наименьшее количество единиц может быть среди них?

Задача 2. Андрей пишет натуральные числа, начиная с единицы, без пробелов и запятых (1234567891011...). В какой-то момент он впервые выписал такую восьмерку цифр: 75318642. Какие 8 цифр будут выписаны следующими?

Задача 3. Найдите наибольшее четырехзначное число, цифры в котором идут в порядке возрастания, а если умножить его на 4, то цифры в произведении будут идти в порядке убывания?

Задача 4. Графиком функции $y = f(x)$ является прямая, не параллельная оси OX . Найдите эту функцию, если известно, что для всех x выполняется равенство

$$f(2025 + f(x)) = 2025 + 2f(x)$$

Задача 5. Сколькими способами можно разменять сумму в 100 рублей монетами 1, 2 и 5 рублей? Способы считаются различными, если в них разное количество хотя бы одного вида монет. В размене не обязательно должны участвовать все три вида монет одновременно

Задача 6. Как-то раз собрались 10 человек, каждый из которых рыцарь или лжец. Часть из них, обращаясь ко всем остальным, произнесли фразу: «Среди вас 3 или 4 лжеца». Все остальные сказали: «Среди вас 5 или 6 рыцарей». Сколько рыцарей могло быть среди них?

Задача 7. Найдите все пары натуральных чисел x , y , для которых $x + 3^y$ и $y + 3^x$ — это два последовательных натуральных числа.

Задача 8. Зарплата Ани составляет $\frac{5}{8}$ от зарплаты Кати, а расходует Аня в два раза меньше, чем Катя. После всех расходов у Ани остаётся 40 % её заработка. А сколько процентов заработка остаётся после расходов у Кати?

Задача 9. Имеется 9 карточек, на которых написаны числа 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14. Ане, Боре и Васе раздали по три карточки. Каждый посмотрел на свои карточки, после чего Аня сказала, что наибольшее из её трёх чисел — 11. Тогда Боря сказал, что знает, какие числа у каждого. Какие числа у Васи?

Задача 10. По кругу стоят 268 чисел. Семнадцатое число равно 3, восемьдесят третье равно 5, а 144-е равно 9. Сумма любых 20 чисел, стоящих подряд, равна 80. Найдите 210-е число.

Задача 11. На доске были написаны 2025 чисел (не обязательно различных). Однажды утром каждое из них заменили на сумму всех остальных, и оказалось, что на доске написаны те же самые числа, что и раньше. Чему может быть равно произведение этих чисел?

Задача 12. С помощью знаков арифметических действий, скобок, а также используя каждую из цифр 1, 5, 6, 7 ровно по одному разу, составьте выражение, значение которого равно 35.

Задача 13. В комнате 8 девочек. Каждая вручила булочку каждому знакомому мальчику. Каждый мальчик вручил по две булочки каждой незнакомой девочке. Каково максимально возможное количество мальчиков, если знакомства взаимные, а всего было роздано 100 булочек?

чек?

Задача 14. На доске написано:

В этом предложении ... % цифр делятся на 2, ... % цифр делятся на 3, а ... % цифр делятся и на 2, и на 3.

Вставьте вместо многоточий целые числа так, чтобы написанное на доске утверждение стало верным. Найдите все ответы.

Задача 15. Дан выпуклый шестиугольник, у которого все углы равны. Его стороны равны 5, 3, 6, 7, x , y (в таком порядке). Найдите y и x .

Задача 16. Какое наименьшее число коней может побить все поля шахматной доски?

Задача 17. Делитель натурального числа называется собственным, если он больше 1 и меньше этого числа. Наименьший собственный делитель натурального числа равен a . Наибольший собственный делитель этого числа равен $a^2 + 2$. Чему может быть равно это число?

Задача 18. На выходе станции метро установлены три одинаковых эскалатора длиной 60 метров: первый — неподвижный, второй движется вверх, третий — вниз с той же скоростью. Одновременно со станции начали подниматься три пассажира: Антонио поднимается по неподвижному эскалатору, Борисио — по движущемуся вверх эскалатору с такой же скоростью, а Вованио по движущемуся вниз эскалатору со скоростью в 3 раза больше. Когда через 10 минут Борисио достиг верха эскалатора, Вованио оставалось до верха в 1,5 раза меньше, чем Антонио. Найдите скорость эскалатора.

Задача 19. В дурацкой стране 10 городов, некоторые из которых соединены дорогами (каждая дорога соединяет ровно два различных города, каждые два города соединены не более чем одной дорогой). Маршрут по дорогам называется кольцевым, если (и только если) он начинается и заканчивается в одном и том же городе и ни через какой промежуточный город не проходит более одного раза. Длина такого маршрута — это количество дорог в нём. При каком наименьшем количестве дорог в дурацкой стране возможно, что в дурацкой стране существуют кольцевые маршруты длин 3, 4, 5, ..., 10?

Задача 20. Дан равносторонний треугольник ABC . Точка M взята на стороне AC , а на продолжении стороны BC за вершину C отмечена точка N , такая, что $BM = MN$. Найдите величину угла CMN , если угол MBC равен 40° .

Задача 21. Яблоко, груша и апельсин стоят дороже 11 копеек, а три яблока, три груши и апельсин стоят дешевле 27 копеек. Все фрукты стоят целое число копеек, фрукты одного вида стоят одинаково. Сколько стоит каждый фрукт, если груша самая дорогая?