

УТОЧНЕНИЕ к решению задачи 1.

(В устном zoom-разборе ошибочно дополнительно предполагалось, что для каждой вершины входящая степень равна исходящей).

1. (3 балла) В группе n детей. В каждой паре детей хотя бы один послал другому SMS. Оказалось, что для каждого ребёнка среди тех, кому он послал SMS, ему послали SMS ровно 25%. Возможно ли это при а) $n = 36$? б) $n = 37$? в) $n = 38$?

Ответ: а) да; б) нет; в) нет.

СХЕМА РЕШЕНИЯ.

Если $4k_i$ — исходящая степень некоторой вершины, тогда по условию входящая степень этой вершины равна $n - 1 - 3k_i$. Суммируя входящие и исходящие степени всех вершин и приравнивая суммы, имеем: $4S = n(n - 1) - 3S$, где $S = \sum k_i$. Отсюда $n(n - 1)$ делится на 7.