

Пятнадцатый Южный математический турнир

Онлайн, 15-21.10.2020

Командная олимпиада. 15 октября 2020 г.

Юниор-лига

Первый тур

1. Вася написал на доске натуральные числа от 1 до n и вычеркнул одно из них. Среднее арифметическое оставшихся оказалось равно $\frac{439}{13}$. При каком наименьшем n это могло случиться?

2. Для каждого натурального $n \leq 3000$ нашли наименьшее натуральное число, на которое n не делится. Какое наибольшее число могло получиться?

3. Назовём *расстоянием* между двумя вершинами правильного 18-угольника наименьшее количество сторон 18-угольника, по которым можно пройти из одной вершины в другую (так, соседние вершины находятся на расстоянии 1, а противоположные – на расстоянии 9). Сколькими способами можно выбрать три вершины 18-угольника так, чтобы никакие две из них не находились на расстоянии 1, 8 или 9? (Вершины 18-угольника считаются различными, то есть две несовпадающие тройки, одну из которых можно перевести в другую движением, считаются по отдельности.)

4. В трапеции $MATH$ с основаниями MH и AT длины сторон MA , AT и TH равны 5, а стороны $MH = 11$. Высоты треугольника ATH пересекаются в точке S . Найдите площадь четырёхугольника $MASH$.

5. Сколько существует перестановок чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, из которых можно удалить одно число так, чтобы оставшиеся были упорядочены по возрастанию или по убыванию?

6. Квадратный трёхчлен $P(x)$ с вещественными коэффициентами удовлетворяет условию $P(x) = P(0) + P(1)x + P(2)x^2$ при всех вещественных x . Известно, что $P(3) = 7$. Найдите $P(-1)$.

7. Последовательность (a_n) задана условиями $a_1 = 10$, $a_{n+1} = \frac{n+2}{n} \cdot (a_n - 1)$ при всех натуральных n . Найдите a_{2020} .

8. В группе n детей. В каждой паре детей хотя бы один послал другому SMS. Оказалось, что для каждого ребёнка среди тех, кому он послал SMS, ему послали SMS ровно 25%. При каких n это возможно?

Время на решение задач I части: 9.30 – 11.00.

В 11.00 работы должны быть сданы руководителю команды.

Работы следует отсканировать или сфотографировать в хорошем качестве и отправить на адрес orlyonok@adygmath.ru не позже 11.15. Работы, присланные после 11.15, проверены не будут. Пожалуйста, убедитесь, что файлы с вашими решениями читаются.