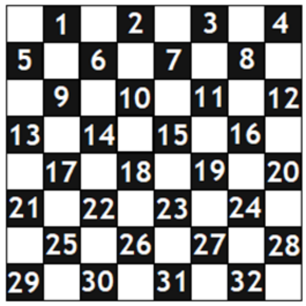
XX Южный математический турнир. ВДЦ «Орленок»

Старт-лига. Командная олимпиада. 21.09.2025

1. В разности ЮЖНЫЙ – ТУРНИР разные цифры заменены разными буквами, одинаковые — одинаковыми. Какое наименьшее по модулю значение может принимать эта разность?

2. Саша пронумеровала черные клетки шахматной доски 8×8 числами от 1 до 32 в натуральном порядке так, как показано на рисунке. Серёжа собирается пронумеровать числами от 1 до 32 белые клетки этой доски так, чтобы суммы четырех чисел в любом квадрате 2×2 оказались равными. Сколькими различными способами Серёжа сможет это сделать?



3. Несколько исследователей наблюдают за группой из пятидесяти шмелей, жужжащих на цветущем песчаном берегу. Они с восторгом отмечают, что каждый шмель собрал пыльцу ровно с четырех цветков, причем для разных шмелей эти четверки цветков различны. Исследователи также зафиксировали, что 50 шмелей посетили один и тот же цветок. Докажите, что шмели собирали пыльцу как минимум с 9 разных цветков.

4. В остроугольном треугольнике ABC из каждого угла провели биссектрису и высоту. Настя нашла углы между биссектрисой и высотой угла A — 8°, угла B — 13°. Чему равен угол между биссектрисой и высотой угла C?

5. В ряд лежат 10 карточек, повёрнутых надписями вниз. Известно, что на какой-то карточке, не лежащей с краю, написан нуль. По одну из сторон от этой карточки лежат карточки с написанными на них какими-то положительными числами, по другую — с какими-то отрицательными. За один вопрос можно узнать произведение чисел на любых двух выбранных вами карточках. Как обнаружить карточку с нулём за наименьшее число вопросов?

6. Найдите все натуральные N, такие что $\dfrac{N}{2425-N}$ является квадратом натурального числа?

7. На круглом подносе стоят три тарелки диаметров 15 см, 14 см, и 6 см. Каждая тарелка касается двух остальных и края подноса. Определите диаметр подноса.

8. Пусть p — простое, a, b, и c — натуральные. Докажите, что если $a+b+c$ и $a^2+b^2+c^2$ делятся на p, то $a^5+b^5+c^5$ кратно p.