

Двадцать первый Южный математический турнир

ВДЦ “Орлёнок”, 20–28.09.2026

Юниор-лига 2. 2 тур. 23.09.2026

1. Можно ли клетки бесконечной шахматной доски раскрасить в 100 цветов так, что в каждой квадратной поддоске разница между количеством клеток любых двух цветов не превышает 1?

2. Пусть $ABCD$ — прямоугольник, в котором $AB = \sqrt{6}$ и $AD = \sqrt{2}$. Пусть E — точка на диагонали BD , такая, что $\angle EAB = 15^\circ$, а F — точка на стороне CD , такая, что $AE \perp EF$. Найти периметр четырёхугольника $ADFE$.

3. На каждой из двух параллельных прямых ℓ_1 и ℓ_2 выбрано по 100 точек. Каждая из 100 точек на ℓ_1 соединена отрезком с каждой из 100 точек на ℓ_2 . Какое наибольшее количество различных точек пересечения этих отрезков, не являющихся их концами, может лежать на одной прямой?

4. Сколько натуральных чисел n , меньших 2026, удовлетворяет следующему странному свойству: для натуральных чисел a, b, c, d таких что $a < b < n < c < d$ и ближайших к числу n , не взаимно простых с n , верно равенство $bc - ad = 24$?

5. Дана трапеция $ABCD$, $AD \parallel BC$. Докажите, что сумма расстояний от точек A и B до прямой, содержащей сторону CD , равна длине стороны AB и сумма расстояний от точек C и D до прямой, содержащей сторону AB равна длине стороны CD .

6. В графе среди любых $2n$ рёбер хотя бы $n + 1$ ребро имеет общую вершину. Докажите, что из этого графа можно убрать $n - 1$ ребро так, что все оставшиеся рёбра будут иметь общую вершину.

7. Положительные числа a и b удовлетворяют неравенству $(a + 4)(b + 1) = 24$. Докажите, что $a^2 + b^2 \geq 13$.

8. На столе лежат n карточек. На первой из них с одной стороны написано число 1, а с другой — число $n + 1$, на второй — 2 и $n + 2$ соответственно и т.д. Петя раскладывает эти карточки по кругу в некотором порядке, любой, какой ему захочется, стороной вверх. После этого Вася может перевернуть какие-то карточки (возможно ни одной). При каких $n \geq 3$ Вася может добиться того, чтобы числа на лицевой (оказавшейся сверху) стороне любых двух соседних карточек были взаимно просты независимо от действий Пети?