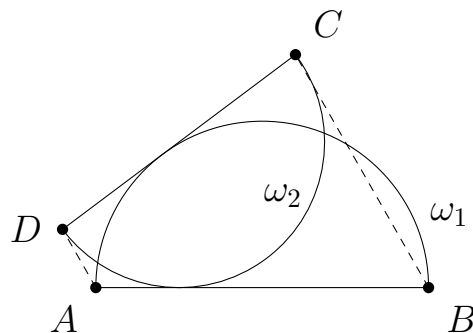


Старт-лига. Второй тур. 23.09.2026

1. Можно ли клетки квадратной доски 2026×2026 раскрасить в 100 цветов так, чтобы в каждом квадрате, составленном из клеток доски, количества клеток любых двух цветов отличались не более чем на 1?

2. Даны два полукруга: ω_1 с диаметром AB , ω_2 с диаметром CD , расположенные, как показано на рисунке. Известно, что прямая AB касается ω_2 , а прямая CD — ω_1 . Докажите, что $AD \parallel BC$.



3. В стране Чудес n городов, и некоторые из них соединены авиалинией. В Зазеркалье тоже n городов, причём каждый город A из страны Чудес имеет свой «зеркальный» город A' в Зазеркалье. Известно, что любая пара городов A и B страны Чудес соединена авиалинией тогда и только тогда, когда города A' и B' в Зазеркалье не соединены авиалинией. Алиса и Королева живут в двух разных городах Зазеркалья. Алиса может добраться до города Королевы, но в любом таком маршруте ей приходится делать не менее двух пересадок. Докажите, что в стране Чудес из любого города можно попасть в любой другой город, сделав не более двух пересадок.

4. Найдите количество натуральных чисел n , меньших 2026 и удовлетворяющих следующему свойству: для натуральных чисел a, b, c, d таких что $a < b < n < c < d$ и ближайших к числу n , не взаимно простых с n , верно равенство $bc - ad = 24$.

5. Действительные числа a и b удовлетворяют условию $a^2 + ab + b^2 = a + b$. Найдите наибольшее возможное значение суммы $a + b$.

6. В турнире матбоёв каждая команда сыграла с каждой по одному разу. За победу даётся 2 очка, за ничью — 1 очко. Если две команды набрали поровну очков, места между ними распределялись по результатам командной олимпиады. Победитель турнира набрал 7 очков, второе место — 5 очков, а третье место — 3 очка. Сколько очков набрала команда, занявшая последнее место?

7. Даны две параллельные прямые. На каждой из них выбрано по 8 точек. Проведены все отрезки с концами в выбранных точках, не лежащие на данных прямых. Какое наибольшее количество различных точек пересечения (отличных от концов) этих отрезков могут лежать на одной прямой?

8. Найдите все тройки натуральных чисел a, b, c , для которых числа $\frac{a+1}{b}$, $\frac{b+1}{c}$, $\frac{c+1}{a}$ также являются натуральными.